Ejercicios resueltos de tiro oblicuo

1) Un arquero dispara una flecha cuya velocidad de salida es de 100m/s y forma un ángulo de 30º con la horizontal. Calcula:

a) El tiempo que la flecha está en el aire.
b) La altura máxima.
c) El alcance máximo.
d) La velocidad a lo 4 segundos.
e) La velocidad final.

2) Un astronauta que juega al golf en la luna ($g = 1,6\ m/s^2$) impulsa una pelota con una velocidad de 25 m/s y un ángulo de 451. Calcula el alcance máximo y el tiempo que tarda en caer.

3) Un arquero desde lo alto de una torre de 100m metros de altura dispara una flecha horizontalmente con una velocidad de 150m/s. Calcula la distancia a la que llega la flecha.

4) Un avión que vuela a 200 m/s y a 900 metros de altura, deja caer un paquete. Calcula el punto donde caerá dicho objeto y a qué velocidad lo hará.

5) Es lanzada verticalmente hacia arriba una pelota a 25 m/s. La fuerza del viento le comunica una aceleración horizontal de $2\ m/s^2$.

a) Escribe las ecuaciones de velocidad y posición en los dos ejes.
b) ¿A qué distancia del punto de lanzamiento cae la pelota?
c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota?

Soluciones

1) *Un arquero dispara una flecha cuya velocidad de salida es de 100m/s y forma un ángulo de 30º con la horizontal. Calcula:*

a) El tiempo que la flecha está en el aire.
b) La altura máxima.
c) El alcance máximo.
d) La velocidad a lo 4 segundos.
e) La velocidad final.

Vamos a explicar con detalle este ejercicio, que es un caso clásico de tiro oblicuo en el que se pregunta prácticamente todo lo que se puede preguntar.

La clave para resolver los problemas de tiro oblicuo es la siguiente: un tiro oblicuo (o parabólico) es la combinación de un MRU en el eje X con un MRUA en el eje Y. Siendo así, escribimos las ecuaciones para cada eje y sustituimos los datos que nos proporcione el enunciado:

EJE X:
$V = V_0 \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad V = 100 \cdot \cos 30 = 86{,}60$ m/s
$S = V \cdot t \quad \rightarrow \quad S = 86{,}60 \cdot t$

EJE Y
$V_{0y} = V_0 \cdot \text{sen}\alpha \quad \rightarrow \quad V_{0y} = 100 \cdot \text{sen}30 = 50$ m/s
$V = V_{0y} - gt \quad \rightarrow \quad V = 50 - 9{,}8 \cdot t$
$h = h_0 + V_{0y} \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad h = 50 \cdot t - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t^2$

a) Vamos a empezar a calcular cosas. Primero, el tiempo que tarda en llegar la flecha hasta su punto más alto. ¿Por qué precisamente esto? Porque en ese punto tenemos un dato adicional: la velocidad en el eje Y vale cero.

$0 = 50 - 9{,}8 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 5{,}10$ s

Un tiro oblicuo es simétrico: tarda el mismo tiempo en llegar hasta el punto más alto que el que tarda en regresar al suelo (para ser sinceros, no es exactamente así en la realidad, pero aquí despreciamos siempre el rozamiento del aire). Por lo tanto, el tiempo total vale:

$t_{total} = 5{,}10 \cdot 2 = 10{,}20$ s

b) Para calcular la altura máxima, usamos la fórmula de la altura con el tiempo de 5,10 segundos que calculamos en el apartado anterior:

$h = 50 \cdot 5{,}10 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot (5{,}10)^2$
$h = 127{,}55$ m

c) Para el alcance máximo hacemos algo parecido. Usamos el tiempo total del apartado a), pero en la fórmula del espacio para el eje X:

$S = 86{,}60 \cdot 10{,}20 = 883{,}32m$

d) La velocidad a los 4 segundos. También sencillo, porque nos dan el tiempo. Eso sí: hay que calcular DOS VELOCIDADES, la del eje X (que en realidad ya la sabemos porque es constante) y la del eje Y.

EJE X → $v_x(4) = 86{,}60$ m/s
EJE Y → $v_y(4) = 50 - 9{,}8 \cdot t = 10{,}8$ m/s

La forma correcta de indicarlo sería:

$v\,(4) = 86{,}60\mathit{i} + 10{,}8\mathit{j}$ m/s

e) La velocidad final es muy fácil de sacar si recordamos lo que ya hemos dicho: en ausencia de rozamiento del aire, el tiro oblicuo es simétrico. Por lo que la velocidad final será igual que la inicial, con la única diferencia de que en el eje Y la velocidad será de signo contrario (lo que antes iba subiendo ahora va bajando).

$v_{final} = 86{,}60\mathit{i} - 50\mathit{j}$ m/s

2) *Un astronauta que juega al golf en la Luna ($g = 1{,}6\ m/s^2$) impulsa una pelota con una velocidad de 25 m/s y un ángulo de 45º. Calcula el alcance máximo y el tiempo que tarda en caer. Este problema es igual que el anterior. Lo único que cambia es que la gravedad es otra, porque estamos en la Luna (por cierto, jugar al golf en la Luna es algo que ya se ha hecho en la realidad).*

EJE X:
$V = V_0 \cdot \cos\alpha$ → $V = 25 \cdot \cos 45 = 17{,}68$ m/s
$S = V \cdot t$ → $S = 17{,}68 \cdot t$

EJE Y
$V_{0y} = V_0 \cdot \text{sen}\alpha$ → $V_{0y} = 25 \cdot \text{sen}45 = 17{,}68$ m/s
$V = V_{0y} - gt$ → $V = 17{,}68 - 1{,}6 \cdot t$
$h = h_0 + V_{0y} \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2$ → $h = 17{,}68 \cdot t - 1/2 \cdot 1{,}6 \cdot t^2$

Para calcular el alcance máximo necesitamos el tiempo total (que también nos lo pide el enunciado). Lo calculamos igual que en el ejercicio anterior, a partir del tiempo hasta la altura máxima:

$0 = 17{,}68 - 1{,}6 \cdot t$ → $t = 11{,}05$ s
$t_{total} = 11{,}05 \cdot 2 = 22{,}10$ s

$S = 17{,}68 \cdot 22{,}10 = 390{,}73$ m

3) *Un arquero desde lo alto de una torre de 100m metros de altura dispara una flecha horizontalmente con una velocidad de 150m/s. Calcula la distancia a la que llega la flecha.*

Este problema es de los llamados de tiro horizontal, que no son más que un tiro oblicuo empezado a la mitad, en el punto de máxima altura. La velocidad inicial en el eje Y es cero: toda la velocidad corresponde al eje X. Por lo demás, se resuelven exactamente igual:

EJE X:
$V = V_0 \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad V = 150 \cdot \cos 0^{\circ} = 150$ m/s
$S = V \cdot t \quad \rightarrow \quad S = 150 \cdot t$

EJE Y
$V_{0y} = V_0 \cdot \text{sen}\alpha \quad \rightarrow \quad V_{0y} = 150 \cdot \text{sen}0^{\circ} = 0$ m/s
$V = V_{0y} - gt \quad \rightarrow \quad V = -9{,}8 \cdot t$
$h = h_0 + V_{0y} \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad h = 100 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t^2$

Como la altura final son cero metros (el suelo), podemos calcular el tiempo total a partir de la ecuación de la altura del eje Y:

$0 = 100 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t^2$
$t = 4{,}52$ s

Con ese tiempo total nos vamos a la ecuación del espacio en el eje X:

$S = 150 \cdot 4{,}52 = 678$ m

4) *Un avión que vuela a 200 m/s y a 900 metros de altura, deja caer un paquete. Calcula el punto donde caerá dicho objeto y a qué velocidad lo hará.*

Otro ejercicio de tiro horizontal: la velocidad en el eje X corresponde a la que lleva el avión:

EJE X:
$V = V_0 \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad V = 200 \cdot \cos 0^{\circ} = 200$ m/s
$S = V \cdot t \quad \rightarrow \quad S = 200 \cdot t$

EJE Y
$V_{0y} = V_0 \cdot \text{sen}\alpha \quad \rightarrow \quad V_{0y} = 200 \cdot \text{sen}0^{\circ} = 0$ m/s
$V = V_{0y} - gt \quad \rightarrow \quad V = -9{,}8 \cdot t$
$h = h_0 + V_{0y} \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad h = 900 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t^2$

$0 = 900 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t^2$
$t = 13{,}55$ s

Con ese tiempo total nos vamos a la ecuación del espacio en el eje X:

$S = 200 \cdot 13{,}55 = 2710{,}52$ m más allá de la vertical donde el avión lo soltó.

Y para la velocidad final, cogemos la ecuación de la velocidad en el eje Y:

$V = -9{,}8 \cdot 13{,}55 = -132{,}79$ m/s (en negativo, porque el objeto se mueve hacia abajo)

***5)** Es lanzada verticalmente hacia arriba una pelota a 25 m/s. La fuerza del viento le comunica una aceleración horizontal de 2 m/s^2.*

a) Escribe las ecuaciones de velocidad y posición en los dos ejes.
b) ¿A qué distancia del punto de lanzamiento cae la pelota?
c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota?

Este es un ejercicio de tiro oblicuo un poco distinto, porque en el eje X ya no hay un MRU, sino un MRUA por culpa de la aceleración que aporta el viento. Pero no tenemos que preocuparnos por eso: solo tenemos que aplicar en el eje X las ecuaciones del MRUA en lugar de las del MRU (además, toda la velocidad inicial va al eje Y, porque se lanza verticalmente):

EJE X:
$V_{0x} = V_0 \cdot \cos 90º$ → $V_{0x} = 25 \cdot \cos 90º = 0$ m/s
$V = V_{0x} + a \cdot t$ → $V = 2 \cdot t$ m/s
$S = S_0 + V_{0x} \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$ → $S = 1/2 \cdot 2 \text{m/s} \cdot t^2 \text{ s} = t^2 \text{ s}$

EJE Y
$V_{0y} = V_0 \cdot \operatorname{sen}\alpha$ → $V_{0y} = 25 \cdot \operatorname{sen} 90º = 25$ m/s
$V = V_{0y} - gt$ → $V = 25 - 9{,}8 \cdot t$
$h = h_0 + V_{0y} \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2$ → $h = 25t - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t^2$

Ya tenemos las ecuaciones que nos pide el apartado a). Lo que nos pide el apartado b) no es otra cosa que la X máxima, y eso ya hemos visto cómo se calcula. El que las ecuaciones en X sean del MRUA en vez de MRU no tiene que importarnos para nada:

En el punto más alto, $V_y = 0$

$0 = 25 - 9{,}8 \cdot t$
$t = 2{,}55$ s

Llevamos este tiempo a la ecuación del espacio para el eje X:

$S = t^2 = 2{,}552 = 6{,}51$m

Por último, para sacar la altura máxima, ya tenemos el tiempo que tarda en alcanzarla. Usamos la fórmula de la altura en el eje Y:

$h = 25 \cdot 2{,}55 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot (2{,}55)^2$
$h = 31{,}89$m

EN RESUMEN:

Los problemas de tiro oblicuo y los de tiro horizontal se basan en una combinación de dos movimientos: en el eje Y (que suele ser un MRUA con gravedad, como un tiro vertical) y en el eje X (que suele ser un MRU, pero ya hemos visto que en algún caso también puede ser un MRUA). La clave es colocar todas las fórmulas que nos hagan falta con los datos que conocemos, y saber que podemos trabajar independientemente con cada uno de los dos movimientos como si no existiera el otro, o bien utilizar datos calculados en un eje para hallar datos del otro. Por lo demás, has visto que son problemas muy parecidos entre sí, con lo que con un poco de práctica los tendrás dominados.