Electrostática: ejercicios resueltos

1) Dos cargas de 4 y 9 microculombios se hallan situadas en los puntos (2,0) y (4,0) del eje 0X. Calcula el campo y el potencial eléctrico en el punto medio.

2) Dos cargas de 3 y -5 microculombios se encuentran en los puntos (1,0) y (6,0) (las unidades están en metros) del eje 0X. Halla dónde habrá de colocarse una carga de 1 microculombio de tal forma que ésta permanezca inmóvil.

3) Cuatro cargas de 5 culombios están en los vértices de un cuadrado de 4 metros de lado. Calcula el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto central. ¿Y si cambiásemos una de las cargas por otra de -5 culombios?

4) Tenemos una carga de 10 microculombios. Calcula el trabajo que será necesario para acercar una carga de 4 microculombios desde el infinito hasta una distancia de 3 cm de la primera carga.

5) Una carga de 3 microculombios y 5 gramos de masa se sitúa en un campo eléctrico uniforme de 6 N/C. Calcula la aceleración que experimenta y su velocidad a los 5 segundos.

6) Tenemos tres cargas de 4,5 y 6 culombios situadas en los vértices del triángulo (2,0), (6,0) y (4,3), respectivamente. Calcula el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto (4,0), así como la energía potencial que tendría allí una carga de -3 culombios.

Soluciones

Antes de empezar, una advertencia para no caer en un error muy común en estos tipos de ejercicios: atención a las unidades que cita el enunciado. La unidad del SI de carga es el culombio, pero es habitual que un problema se refiera a microculombios ($1\mu C = 10^{-6}$ C) o incluso nanoculombios ($1nC = 10^{-9}$ C).

Recuerda también que la fuerza y el campo eléctrico son magnitudes vectoriales, y deben sumarse vectorialmente, mientras que el potencial eléctrico y la energía potencial eléctrica son escalares, y pueden sumarse de forma normal.

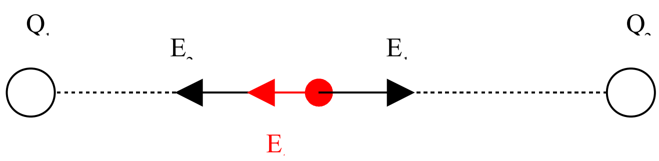
1) *Dos cargas de 4 y 9 microculombios se hallan situadas en los puntos (2,0) y (4,0) del eje 0X. Calcula el campo y el potencial eléctrico en el punto medio.*

Calculamos el campo que cada carga genera en el punto medio (3,0), que está a una distancia de 1 de cada una de ellas:

$E_1 = K\cdot Q/d^2 = 9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-6} / 1^2 = 36\cdot 10^3$ N/C
$E_2 = K\cdot Q/d^2 = 9\cdot 10^9\cdot 9\cdot 10^{-6} / 1^2 = 81\cdot 10^3$ N/C

Como son campos con la misma dirección pero sentidos opuestos, el campo resultante será igual a la resta de ambos:

$E_t = E_2 - E_1 = 81\cdot 10^3 - 36\cdot 10^3 = 45\cdot 10^3$ N/C



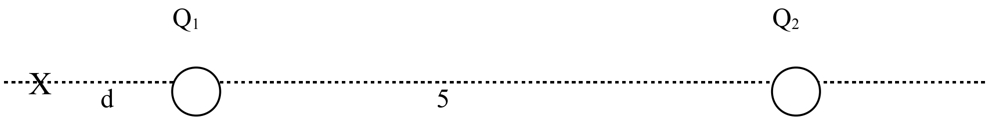
Ahora vamos a hacer lo mismo con los potenciales. Solo que, como el potencial es escalar, el total será la suma de cada uno de los dos potenciales:

$V_1 = K\cdot Q/d = 9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-6} / 1 = 36\cdot 10^3$ N/C
$V_2 = K\cdot Q/d = 9\cdot 10^9\cdot 9\cdot 10^{-6} / 1 = 81\cdot 10^3$ N/C

$V_t = V_2 - V_1 = 81\cdot 10^3 - 36\cdot 10^3 = 45\cdot 10^3$ V

***2)** Dos cargas de 3 y -5 microculombios se encuentran en los puntos (1,0) y (6,0) (las unidades están en metros) del eje 0X. Halla dónde habrá de colocarse una carga de 1 microculombio de tal forma que ésta permanezca inmóvil.*

Representamos los datos, suponiendo un punto X donde la carga de 1 microculombio permanecerá inmóvil. Esto quiere decir, por supuesto, que la fuerza que esta carga experimente por Q_1 será igual en módulo pero de sentido opuesto a la fuerza debida a Q_2.



¿Por qué hemos puesto ahí la X y no entre las dos cargas? Porque la carga Q_3 (la que nosotros colocamos) es positiva; Q_1 la repele, y Q_2 la atrae. Si te fijas, de estar Q_3 entre las otras dos, es imposible que se quedara inmóvil (porque Q_1 la empujaría a la derecha, y Q_2 la atraería también hacia la derecha). A la izquierda de Q_1, Q_3 se ve empujada hacia la izquierda por Q_1 y hacia la derecha por Q_2. Algo así también sería posible a la derecha de Q_2, pero es razonable suponer que, si ambas fuerzas son iguales, la menor carga de Q_1 debe estar compensada por una distancia menor.

Aclarado esto, planteemos la fórmula de la fuerza para cada una de las cargas, y luego hagamos que la suma de ambas sea cero.

$F_1 = K \cdot Q_1 \cdot Q_3/d^2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}/d^2 = 27 \cdot 10^{-3}/d^2$
$F_2 = K \cdot Q_2 \cdot Q_3/(5+d)^2 = 9 \cdot 10^9 \cdot (-5) \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}/(5+d)^2 = -45 \cdot 10^{-3}/(5+d)^2$

$27 \cdot 10^{-3}/d^2 - 45 \cdot 10^{-3}/(5+d)^2 = 0$
$27 \cdot 10^{-3}/d^2 = 45 \cdot 10^{-3}/(5+d)^2$
$27 \cdot 10^{-3} \cdot (5+d)^2 = 45 \cdot 10^{-3} \cdot d^2$
$27 \cdot 10^{-3} \cdot (25 + d^2 + 10d) = 45 \cdot 10^{-3} \cdot d^2$
$27 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot (25 + d^2 + 10d) = 45 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot d^2$ (Dividimos los dos lados por 10^{-3})
$675 + 27d^2 + 270d = 45d^2$
$18d^2 - 270d - 675 = 0$ (Dividimos todo entre 3, para simplificar)
$6d^2 - 90d - 225 = 0$

Si resuelves esta ecuación de segundo grado, verás que los resultados son:

$d_1 = 17{,}18$ m
$d_2 = -2{,}18$ m (ignoramos este resultado por ser negativo)

3) *Cuatro cargas de 5 culombios están en los vértices de un cuadrado de 4 metros de lado. Calcula el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto central. ¿Y si cambiásemos una de las cargas por otra de -5 culombios?*

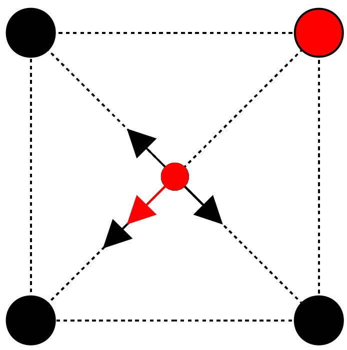
Este ejercicio es más sencillo de lo que parece, por lo menos la primera parte. Si en los cuatro vértices de un cuadrado hay cuatro cargas iguales (en valor y en signo), y como el centro está a igual distancia de cada una de ellas (distancia que, por cierto, es igual a $\sqrt{32}/2 = 2{,}83$, la mitad de la diagonal del cuadrado, que calculamos mediante Pitágoras), los campos eléctricos se anularán dos a dos, y el campo total será nulo.

En cuanto al potencial, los que producen cada una de las cargas son iguales en valor, así que solo tenemos que calcular el potencial debido a una de ellas y multiplicar por 4:

$V_1 = K\cdot Q_1/d = 9\cdot10^9\cdot5\ /2{,}83\ = 1{,}0005\cdot10^9$ V
$V_t = 4V_1 = 4{,}002 \cdot 10^9$ V

Si cambiamos una de las cargas por otra de -5 C, el campo en una de las diagonales sigue anulándose, pero en la otra, los dos campos se suman en módulo:

$E = K\cdot Q/d^2 = 9\cdot10^9\cdot5\ /\ 2{,}83^2 = 5{,}62\cdot10^9$ N/C



(La flecha roja es igual en módulo a la negra, pero se ha dibujado algo más pequeña para ver que coincide en dirección y sentido con la negra de la misma diagonal).

$Et = 2\cdot5{,}62\cdot10^9 = 11{,}24\cdot10^9$ N/C

En cuanto al potencial, los valores siguen siendo los mismos, solo que uno de ellos va en negativo:

$Vt = 3\cdot1{,}0005\cdot10^9\ V - 1{,}0005\cdot10^9\ V = 2{,}001\cdot10^9$ V

***4)** Tenemos una carga de 10 microculombios. Calcula el trabajo que será necesario para acercar una carga de 4 microculombios desde el infinito hasta una distancia de 3 cm de la primera carga.*

Primero, recordemos que para calcular trabajo en electrostática, éste es igual a la variación de energía potencial eléctrica[1], o, lo que es lo mismo, a la variación de potencial multiplicada por la carga que estemos moviendo.

$W = K \cdot Q \cdot q/d_f - K \cdot Q \cdot q/d_0 = q(V_f - V_0)$

El potencial final es cuando la carga está a 3 cm (=0,03m) de la carga de 10 μC:

$V_f = K \cdot Q/d = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}/0,03 = 3 \cdot 10^5$ V

En cuanto al potencial inicial ¿qué quiere decir que la carga esté en el infinito? Que la carga está tan lejos que se puede considerar que V = 0V. Por lo tanto, el trabajo será:

$W = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 1,2$ J

***5)** Una carga de 3 microculombios y 5 gramos de masa se sitúa en un campo eléctrico uniforme de 6 N/C. Calcula la aceleración que experimenta y su velocidad a los 5 segundos.*

En este problema se trata de calcular la fuerza eléctrica para luego igualarla a la fórmula de la Segunda Ley de Newton (la famosa F = m·a)[2] para calcular la aceleración. Aquí, la fuerza eléctrica la tenemos que calcular con la fórmula

$F = q \cdot E$
$F = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 1,8 \cdot 10^{-5}$ N

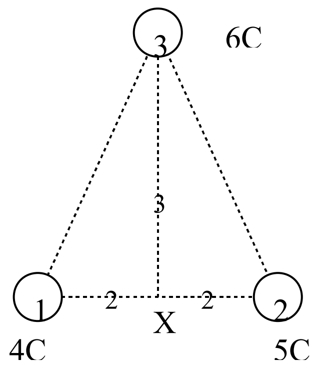
$1,8 \cdot 10^{-5} = m \cdot a$
$1,8 \cdot 10^{-5} = 0,005 \cdot a$
$a = 0,0036$ m/s^2

Sabiendo la aceleración, la segunda parte del problema se reduce a un problema sencillo de cinemática (sencillo, pero hay que acordarse de esas fórmulas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado):

$V = V_0 + at$
$V = 0 + 0,0036 \cdot 5 = 0,018$ m/s

[1] Acuérdate siempre que cualquier trabajo puede ser definido como energía final (del tipo que sea) menos energía inicial.
[2] CUALQUIER fuerza puede igualarse a masa por aceleración.

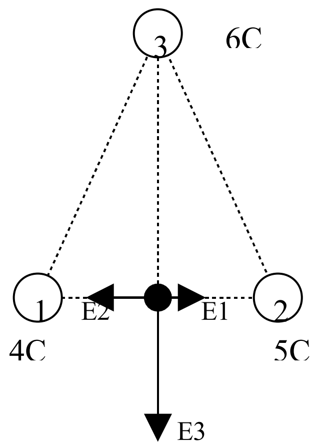
***6)** Tenemos tres cargas de 4,5 y 6 culombios situadas en los vértices del triángulo (2,0), (6,0) y (4,3), respectivamente. Calcula el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto (4,0), así como la energía potencial que tendría allí una carga de -3 culombios.*



Este ejercicio es como el ejercicio 3, aunque no es tan fácil en el sentido de que no hay cargas iguales que se igualen entre sí.

$E_1 = K\cdot Q/d^2 = 9\cdot10^9\cdot4 / 2^2 = 9\cdot10^9$ N/C
$E_2 = K\cdot Q/d^2 = 9\cdot10^9\cdot5 / 2^2 = 1{,}125\cdot10^{10}$ N/C
$E_3 = K\cdot Q/d^2 = 9\cdot10^9\cdot6 / 3^2 = 6\cdot10^9$ N/C

Estos tres campos se suman así:



En el eje 0X, el total es de $1{,}125\cdot10^{10} - 9\cdot10^9 = 2{,}25\cdot10^9$ N/C
En el eje 0Y, el total es de $6\cdot10^9$ N/C

El campo total podemos expresarlo como $Et = -2{,}25\cdot10^9\ i + 6\cdot10^9\ j$ N/C

(Ponemos la componente horizontal en negativo porque la resultante es mayor hacia el eje negativo de las equis).

Vamos ahora con el potencial. La fórmula ya la conoces, y el total será la suma escalar de todos los resultados:

$V_1 = K·Q/d = 9·10^9·4 / 2 = 1,8·10^{10}$ V
$V_2 = K·Q/d = 9·10^9·5 / 2 = 2,25·10^{10}$ V
$V_3 = K·Q/d = 9·10^9·6 / 3 = 1,8·10^{10}$ V

$V_t = V_3 + V_2 + V_1 = 5,85·10^{10}$ V

Ya solo nos queda ver cuál es la energía potencial de una carga de -3C en el punto (4,0). Basta con que recordemos que la energía potencial eléctrica es igual a la carga por el potencial en el punto:

$Ep = q·V$
$Ep = -3·5,85·10^{10} = 1,755·10^{11}$ J