Concavidad y convexidad

Para estudiar dónde una función es cóncava y dónde convexa, se opera prácticamente igual que cuando queremos averiguar el crecimiento y decrecimiento (si tienes dudas, lee el documento correspondiente). La única diferencia es que trabajaremos *con la segunda derivada*, en lugar de con la primera.

Tomemos por ejemplo la función $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

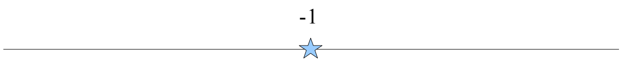
Puntos de inflexión

Se llaman puntos de inflexión aquellos en los que la segunda derivada vale cero (son el "equivalente" a los máximos y mínimos, si te fijas). En los puntos de inflexión, la función pasa de cóncava a convexa o viceversa. Por lo tanto, calculamos la segunda derivada de nuestra función e igualamos a cero.

$f'(x) = -3x^2 - 6x$ (si no recuerdas cómo derivar, échale un vistazo al documento de "Derivadas")
$f''(x) = -6x - 6$

$$-6x - 6 = 0 \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{x = -1}$$

La cosa está así:



Concavidad y convexidad

Ahora, para conocer la concavidad y convexidad, vamos a ver si en las zonas de la recta que quedan delimitadas el punto la segunda derivada es positiva o negativa. Es tan sencillo como escoger un punto de cada zona, sustituirlo en la segunda derivada y ver si el resultado es positivo o negativo.

- Si es positivo, la función en esa zona es **cóncava.**
- Si es negativo, la función será **convexa.**

$f''(x) = -6x - 6$
$f''(-2) = 12 - 6 = 6$ → Cóncava.
$F''(0) = 0 - 6 = -6$ → Convexa.

Una última aclaración: como ocurre cuando estudiamos crecimiento y decrecimiento (mira el archivo correspondiente, si no te acuerdas), si la función que estamos estudiando tiene asíntotas verticales, *hay que calcularlas y ponerlas en la recta junto con los puntos de inflexión*.