# Crecimiento y decrecimiento

Estudiar el crecimiento y decrecimiento de una función es ver en qué intervalos crece, en cuáles decrece y si tiene máximos y/o mínimos. Si la gráfica está representada el problema es muy fácil: se ve a simple vista dónde crece o disminuye. Pero si nos dan la función y no sabemos qué forma tiene, hay que hacer algunos cálculos.

Tomemos por ejemplo la función $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

**Máximos y mínimos**

Empecemos calculando los máximos y mínimos ¿Por qué? Porque son los puntos en los que la función cambia de crecer a decrecer (máximos) o de decrecer a crecer (mínimos). Los únicos cambios se producen en ellos, y por lo tanto nos servirán más adelante: veremos cómo se comporta la función a la izquierda y la derecha de cada punto "sospechoso" de ser máximo o mínimo.

Para hallar los máximos y/o mínimos, tenemos que calcular primero la derivada de nuestra función (te recuerdo que **derivada = pendiente de una función**; si la pendiente es positiva, la función crece, y negativa si decrece).

$f'(x) = -3x^2 - 6x$ (si no recuerdas cómo derivar, échale un vistazo al documento de "Derivadas")

Y ahora igualamos a cero, **porque en los máximos y mínimos la función ni crece ni decrece, y por lo tanto su derivada (su pendiente) vale cero.**

$$-3x^2 - 6x = 0$$

que tiene dos soluciones: $x_1 = 0$ $x_2 = -2$

La cosa está así:

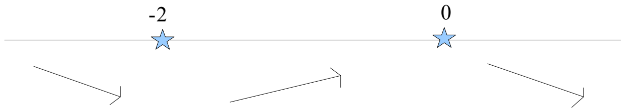

**Crecimiento y decrecimiento**

Ahora, para conocer tanto el crecimiento y decrecimiento de la función como para averiguar si esos puntos son máximos o mínimos, vamos a ver si en las zonas de la recta que quedan delimitadas por ambos puntos la función crece o decrece. Es tan sencillo como escoger un punto de cada zona, sustituirlo en la derivada y ver si el resultado es positivo o negativo. Recuerda que si la derivada (la pendiente) es positiva, quiere decir que la función crece, y lo contrario para la derivada (la pendiente) negativa.

$f'(x) = -3x^2 - 6x = 0$

$f'(-3) = -9$ → Decrece
$f'(-1) = 3$ → Crece
$f'(2) = -24$ → Decrece

Y por lo tanto:




Se ve claramente que en x = -2 hay un mínimo, y en x=0, un máximo.

Los máximos y mínimos hay que indicarlos **como puntos completos**, con su coordenada *x* y su *y*. Ya sabemos las *x*. Para calcular las *y* simplemente sustituimos la *x* en la función original (¡no en la derivada!):

f(0) = 4
f(-2) = 0

Por lo tanto, hay un mínimo en (-2,0) y un máximo en (0,4)

***

**Una aclaración:** si la función que estamos estudiando tiene asíntotas verticales, *hay que calcularlas y ponerlas en la recta junto con los máximos y mínimos*. Esto es así porque en una asíntota vertical la función *también* puede cambiar de creciente a decreciente o viceversa, ya que lo que ocurre a un lado de la asíntota vertical no está conectado con lo que hay al otro.

**¿Y qué pasa si no hay ni máximos ni mínimos?**

Imagina que tienes la siguiente función: f(x) = x/(x-1)

Su derivada es f ' (x) = $-1/(x-1)^2$

Si igualamos la derivada a cero, veremos que no tiene solución. ¿Cómo estudiamos entonces el crecimiento o decrecimiento de la función? La cosa, aunque pueda parecer extraña a primera vista, en realidad es bastante sencilla. Simplemente situamos únicamente las asíntotas verticales en la recta de los números reales (en este caso, hay una asíntota vertical en x=1), y comprobamos, como hemos dicho antes, el signo de la derivada a ambos lados de la asíntota. En esta función, el signo es negativo a ambos lados de X=1, por lo que la función es siempre decreciente.

Si no hubiese asíntota vertical, comprobamos el signo una única vez en la derivada, puesto que en este caso toda la función será o bien creciente o bien decreciente.