

Dominios

Estudiar el dominio de una función es hallar qué valores podemos utilizar en ella. En determinados casos, habrá valores que estarán “prohibidos” en la función, porque dan lugar a operaciones matemáticas irresolubles. Por ejemplo, si tenemos la función

$$f(x) = (x+2) / (x-1)$$

No podremos dar a la x el valor 1, porque nos daría un denominador igual a cero.

En la práctica, en lugar de calcular qué números son válidos, hallamos cuáles no lo son, y responderemos que el dominio son todos los números reales menos esos que hemos hallado. En el caso de la función anterior, el dominio se expresa así:

$$D f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$$

¿Qué operaciones pueden resultar erróneas en matemáticas?

- a) Los denominadores iguales a cero
- b) Las raíces de números negativos (en realidad sí se pueden resolver; echa un vistazo al apartado de números complejos)
- c) Los logaritmos iguales o menores que cero.

Denominadores iguales a cero

Para averiguar qué valores hacen cero a un denominador, la cosa es tan sencilla como igualar el denominador a cero y resolver. Aquel valor (o valores) que sea la solución, serán números fuera del dominio.

Ejemplo: Halla el dominio de la función $f(x) = (x-2)/(x^2 - x - 2)$

Igualemos el denominador a cero y resolvemos:

$$\begin{aligned}x^2 - x - 2 &= 0 \\x_1 &= -1 \\x_2 &= 2\end{aligned}$$

El dominio es entonces $D f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$

Esto lo tendríamos que hacer para cada denominador que haya en la función. Los resultados, como son números “sueños”, se indican dentro de llaves, separados por comas.

Cajón de Ciencias

Raíces negativas

Para ver qué valores harían negativa una raíz, resolvemos la inecuación resultante de hacer menor que cero el interior de la raíz.

Ejemplo: Halla el dominio de la función $f(x) = \sqrt{2x-4}$

Resolvemos $2x - 4 < 0$ (para ver qué números no nos valen). El resultado es todos los números de 2 hacia menos infinito. O, expresado matemáticamente:

$$D = R - (2, -\infty)$$

(El 2 no se incluye en el intervalo porque sí es un resultado que entra dentro de la función)

Fíjate que también podemos ir directamente a calcular los números que sí valen si en lugar de lo anterior hacemos:

$$2x - 4 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$D = [2, +\infty)$$

(Ahora sí incluimos el 2 en el intervalo, porque estamos señalando los números que sí valen)

Elige el método que más fácil te resulte.

Logaritmos iguales o menores que cero

Es fácil. El mecanismo es el mismo que para las raíces, sólo que en este caso dejamos el cero entre los resultados que no valen.

Ejemplo: Halla el dominio de la función $f(x) = \ln(x-9)$

Resolvemos $x - 9 \leq 0$ (para ver qué números no nos valen). El resultado es todos los números de 9 hacia menos infinito. O, expresado matemáticamente:

$$D = R - [9, -\infty)$$

(El 9 se incluye en el intervalo porque sí es un resultado que no entra dentro de la función)

o bien

$$D = (9, +\infty)$$

(Ahora no incluimos el 9 en el intervalo, porque estamos señalando los números que sí valen)