

Ejercicios resueltos de probabilidad

- 1) En un saco tenemos bolas con las letras de la palabra "MATEMÁTICAS" (en las bolas, ninguna letra tiene tilde). Sacamos cuatro bolas por orden ¿Hay la misma probabilidad de conseguir las palabras "MATE", "TEMA" y "MAMA"?
- 2) Ahora tenemos una urna con los números del 0 al 9, y sacamos dos bolas por orden, sin devolverlas a la urna. Halla la probabilidad de: a) formar un número de dos cifras. b) Formar un número múltiplo de 3. c) Formar un número compuesto por dos números consecutivos.
- 3) En una población, el 60% de las personas prefiere una dieta con mucha carne, y el 30% son vegetarianos, mientras que un 25% opta por una dieta mixta. Con estos datos, halla el porcentaje de : a) vegetarianos estrictos b) carnívoros estrictos c) gente que no sigue ninguna de las dietas anteriores d) gente que come carne o vegetales.
- 4) Se lanza tres veces una moneda trucada cuya probabilidad de sacar cara es la mitad de la probabilidad de cruz. Halla la probabilidad de obtener exactamente dos caras y una cruz (no necesariamente en ese orden).
- 5) Un amigo, a escondidas, lanza una moneda al aire y tira un dado de seis caras. ¿Cuál es la probabilidad de que yo acierte el resultado?
- 6) ¿Cuál es la probabilidad de acertar una quiniela de 14 resultados? ¿Es un experimento aleatorio?

Cajón de Ciencias

Soluciones

1) En un saco tenemos bolas con las letras de la palabra "MATEMÁTICAS" (en las bolas, ninguna letra tiene tilde). Sacamos cuatro bolas por orden ¿Hay la misma probabilidad de conseguir las palabras "MATE", TEMA" y "MAMA"?

Empezaremos con una advertencia y un consejo (luego pasaremos a resolver el ejercicio). Es frecuente que los problemas de probabilidad tengan ambigüedades o puntos sin aclarar. Por ejemplo: después de sacar cada bola ¿la devolvemos al saco o la dejamos aparte? Cuando te encuentres con algo así, pregunta al profesor. Si no te aclara nada, conviene que en la solución del problema escribas tu versión: "Suponiendo que las bolas no se devuelven al saco..."

Pues eso, suponiendo que las bolas no se devuelven al saco, hay 2 probabilidades entre 11 de que nos salga una M. Con una bola menos, luego hay 3 probabilidades entre 10 de que salga una A; 2 entre 9 de conseguir después una T y finalmente 1 entre 8 de terminar con la E. Por lo tanto, la probabilidad de conseguir la palabra "MATE" será de:

$$2/11 \cdot 3/10 \cdot 2/9 \cdot 1/8 = 12/7920 = 4/2640 = 1/660$$

Siguiendo el mismo razonamiento, calculamos las probabilidades para las otras dos palabras:

$$\text{TEMA} \rightarrow 2/11 \cdot 1/10 \cdot 2/9 \cdot 3/8 = 1/660$$

$$\text{MAMA} \rightarrow 2/11 \cdot 3/10 \cdot 1/9 \cdot 2/8 = 1/660$$

Por lo tanto, las tres palabras tienen las mismas probabilidades de salir.

2) Ahora tenemos una urna con los números del 0 al 9, y sacamos dos bolas por orden, sin devolverlas a la urna. Halla la probabilidad de: a) formar un número de dos cifras. b) Formar un número múltiplo de 3. c) Formar un número compuesto por dos números consecutivos.

Este problema es básicamente igual al anterior (aunque aquí sí nos aclara que las bolas no se devuelven). Vamos con cada apartado.

a) Cuando nos pregunta por un número de dos cifras, significa que la primera bola no puede ser un cero. La combinación 05 no es válida, por ejemplo. Entonces, para la primera bola, nos sirven 9 bolas (probabilidad 9/10); para la segunda nos vuelven a valer 9 (una bola ya está fuera, pero ahora sí vale el cero), por lo tanto de nuevo es 9/10.

$$p = 9/10 \cdot 9/10 = 81/100$$

Cajón de Ciencias

b) Para que el número sea múltiplo de 3, las cifras tienen que sumar múltiplo de 3. Las combinaciones posibles son: 0 y 9, 0 y 6, 0 y 3, 1 y 8, 1 y 5, 1 y 2, 2 y 7, 2 y 4, 3 y 9, 3 y 6, 4 y 5, y todas las anteriores en orden invertido. En total, 22 posibilidades de un total de 100.

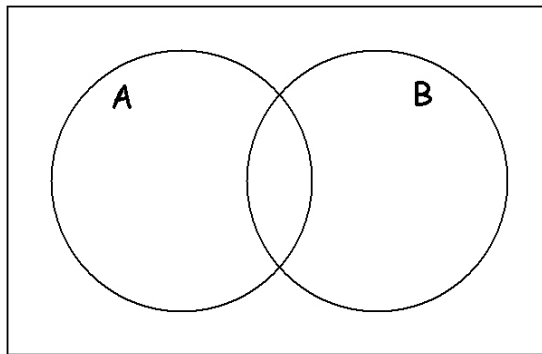
$$p = 22/100 = 11/50$$

c) Ahora los números deben ser consecutivos. Pues de nuevo a hacer recuento de posibilidades: 0 y 1, 1 y 2, 2 y 3, 3 y 4, 4 y 5, 5 y 6, 6 y 7, 7 y 8, 8 y 9. En total 9, de un total de 100.

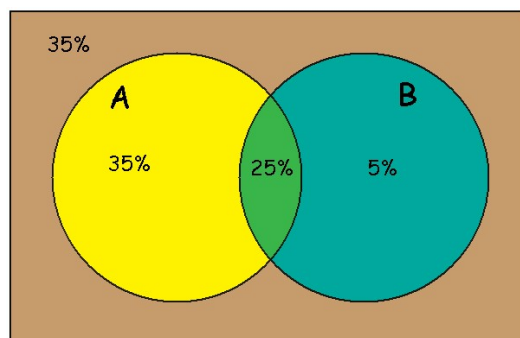
$$p = 9/100$$

3) En una población, el 60% de las personas prefiere una dieta con mucha carne, y el 30% son vegetarianos, mientras que un 25% opta por una dieta mixta. Con estos datos, halla el porcentaje de : a) vegetarianos estrictos b) carnívoros estrictos c) gente que no sigue ninguna de las dietas anteriores d) gente que come carne o vegetales.

Si tienes dudas con este ejercicio, consulta nuestro documento de "Diagramas de doble círculo". Algo explicaremos aquí, de todas formas. Como decimos allí, para este tipo de problemas conviene situar los datos en un esquema como este:



Así, dentro del círculo marcado con la A colocaremos el 60% que corresponde a los "carnívoros"; dentro del círculo B, el 30% que son los vegetarianos, y en la zona que queda entre ambos, el 25% que son los de dieta mixta. Organizando el diagrama en cuatro zonas, los porcentajes se repartirían así:



Cajón de Ciencias

En la zona amarilla hay un 35% porque son los 60% carnívoros menos el 25% de los que son carnívoros pero también comen verdura (los de la zona verde). El 5% de la zona azul se saca de la misma manera (30% - 25%). El 35% de la zona marrón es el 100% menos la suma de los porcentajes contenidos en las otras zonas.

Ahora responder a los apartados es fácil, si sabemos identificar cada apartado con su zona correspondiente:

- a) Vegetarianos estrictos: zona azul (los que comen verdura pero no carne). 5%
- b) Carnívoros estrictos: zona amarilla. 35%
- c) Gente que no sigue ninguna de las dietas: zona marrón. 35%.
- d) Gente que come carne o vegetales: ahora nos valen los que comen sólo carne, los que comen sólo verduras y los que comen ambas cosas. Por lo tanto, es la suma de las zonas amarilla, verde y azul: 65%. También puede calcularse como 100% - 35% (los que no comen ninguna de las dos cosas).

4) Se lanza tres veces una moneda trucada cuya probabilidad de sacar cara es la mitad de la probabilidad de cruz. Halla la probabilidad de obtener exactamente dos caras y una cruz (no necesariamente en ese orden).

Lo primero es calcular las probabilidades de cara y de cruz. Es fácil si te acuerdas de que la suma de todas las probabilidades posibles debe sumar 1. Por lo tanto, si llamamos p a la probabilidad de cara, la probabilidad de cruz será de $2p$ (también podríamos haber llamado p a cruz y $1/2p$ a cara; al gusto de cada cual).

$$\begin{aligned}p + 2p &= 1 \\3p &= 1 \\p &= 1/3\end{aligned}$$

Entonces la probabilidad de cara es $1/3$, y la de cruz, $2/3$.

¿Cuál es la probabilidad de cara-cara-cruz? Como son sucesos independientes, basta con mutliplicar las probabilidades de cada suceso elemental:

$$p(\text{CCX}) = 1/3 \cdot 1/3 \cdot 2/3 = 2/27$$

Pero como nos dice que no tiene por qué ocurrir en ese orden, tenemos que sumar a esta probabilidad las correspondientes a las combinaciones CXC y XCC. Como estos otros dos sucesos tienen la misma probabilidad que el primero (cálculalo si no te fías), la probabilidad que buscamos es de:

$$p(\text{dos caras y una cruz}) = 3 \cdot 2/27 = 6/27 = 2/9$$

Cajón de Ciencias

5) Un amigo, a escondidas, lanza una moneda al aire y tira un dado de seis caras. ¿Cuál es la probabilidad de que yo acierte el resultado?

Vamos a imaginar que el resultado que digo a mi amigo es de cruz y un cinco. ¿Qué probabilidad hay de que eso sea cierto? Lanzar una moneda y un dado son sucesos claramente independientes, por lo que la probabilidad total será el producto de las dos probabilidades simples.

$$p(\text{cruz}) = 1/2 \quad p(5) = 1/6$$

$$p(\text{cruz y } 5) = 1/2 \cdot 1/6 = 1/12$$

Fíjate que para resolver el problema es indiferente que digamos cruz y 5, cara y 6 o cualquier otra posibilidad. Eso sólo sirve para visualizar mejor la solución. En cualquier caso, el resultado es el mismo.

Un añadido: si el enunciado nos dijera que tenemos tres oportunidades para acertar, bastaría con multiplicar la probabilidad calculada por 3.

6) ¿Cuál es la probabilidad de acertar una quiniela de 14 resultados? ¿Es un experimento aleatorio?

Para los que no sepan cómo se hace una quiniela, hay que marcar un posible resultado para 14 partidos distintos. En cada uno, podemos elegir entre tres posibilidades: 1 (gana el equipo que juega en casa), X (los equipos empatan) y 2 (gana el equipo visitante).

La probabilidad de acertar uno de los partidos es de $1/3$. Hasta ahí fácil. Como son 14 sucesos independientes, tendríamos que multiplicar $1/3$ por sí mismo 14 veces:

$$p(14 \text{ resultados}) = (1/3)^{14} = 1/4782969$$

La segunda pregunta del problema tiene más miga. ¿Rellenar una quiniela es un experimento aleatorio? La respuesta es: *depende*. Si uno no tiene ni idea de fútbol, rellenará las casillas al azar, por lo que sí será un experimento aleatorio. Pero lo cierto es que los partidos de fútbol no se resuelven por azar. Si el que rellena la quiniela conoce qué equipos son mejores que otros, o qué equipos tienen a su jugador estrella lesionado, tendrá más probabilidades de acertar. En ese caso, no es una experiencia aleatoria.