

El método de Gauss

El **método de Gauss** es una forma de resolver sistemas de ecuaciones cuando estos tienen más de dos ecuaciones con dos incógnitas. En la realidad funciona para sistemas de ecuaciones de cualquier tamaño, pero lo más probable es que cuando tengas que aplicarlo sea para sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas, así que el ejemplo que iremos siguiendo será de este tipo.

En pocas palabras, el método de Gauss consiste en ir eliminando incógnitas de tal forma que en una de las ecuaciones solo quede una, en otra ecuación dos y en la tercera tres. Dicho así seguramente no te aclare nada, así que vamos a ir paso por paso, que no es tan difícil.

Cojamos como ejemplo este sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ 3x - y + 2z = 10 \\ 2x - 3y + z = 11 \end{array} \right\}$$

Para empezar, escogemos una de las ecuaciones para dejarla “fija”, es decir, de ella no quitaremos ninguna incógnita y, por el contrario, la usaremos para quitar incógnitas en las otras dos. Aunque es igual de válido escoger una u otra, es recomendable “dejar fija” la ecuación cuyas incógnitas tengan los coeficientes más sencillos. En el ejemplo, vamos a escoger la primera.

Ahora tenemos que conseguir que, al sumar la primera ecuación con la segunda, se nos vaya una incógnita. Para ello, multiplicamos la primera ecuación por (-3)¹:

$$\left. \begin{array}{l} -3x + 12y + 3z = -27 \\ 3x - y + 2z = 10 \\ 2x - 3y + z = 11 \end{array} \right\}$$

Si sumamos ahora la primera con la segunda, la equis desaparece (la primera ecuación la volvemos a dejar como estaba):

$$\left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ 11y + 5z = -17 \\ 2x - 3y + z = 11 \end{array} \right\}$$

¹ Recuerda que se multiplica **toda** la ecuación, no solo lo que está a la izquierda del signo igual.

Cajón de Ciencias

Ahora tenemos que hacer desaparecer la equis de la tercera ecuación. Es importante que la incógnita que eliminemos sea la misma en las dos ecuaciones. Para ello, multiplicamos por (-2) la primera ecuación (tal y como la teníamos al principio) y la sumamos a la tercera:

$$\left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ 11y + 5z = -17 \\ 2x - 3y + z = 11 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x + 8y + 2z = -18 \\ 11y + 5z = -17 \\ 2x - 3y + z = 11 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ 11y + 5z = -17 \\ 5y + 3z = -7 \end{array} \right\}$$

Fíjate que hemos conseguido que las ecuaciones segunda y tercera se conviertan en un “minisistema” de ecuaciones de los de toda la vida: dos ecuaciones con dos incógnitas. Vamos a trabajar ahora solo con esas dos, dejando - perdón por ser pesado - la primera sin tocar. Y lo que vamos a hacer es sumar las dos ecuaciones para que se nos vaya otra incógnita, multiplicando la segunda ecuación por -3 y la tercera por 5:

$$\left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ 11y + 5z = -17 \\ 5y + 3z = -7 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ -33y - 15z = 51 \\ 25y + 15z = -35 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 4y - z = 9 \\ -33y - 15z = 51 \\ -8y = 16 \end{array} \right\}$$

¡Ya lo tenemos a punto! Como puedes ver, en la tercera ecuación ya podemos resolver la y:

$$\begin{aligned} -8y &= 16 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Sabiendo la y, nos vamos a la segunda ecuación para resolver la z:

$$\begin{aligned} -33 \cdot (-2) - 15z &= 51 \\ 66 - 15z &= 51 \\ -15z &= 51 - 66 \\ -15z &= -15 \\ z &= -15 / -15 = 1 \end{aligned}$$

Y ya que sabemos la y y la z, sustituimos sus valores en la primera ecuación y sacamos la x:

$$\begin{aligned} x - 4 \cdot (-2) - 1 &= 9 \\ x + 8 - 1 &= 9 \\ x + 7 &= 9 \\ x &= 9 - 7 = 2 \end{aligned}$$

Cajón de Ciencias

¡Y resuelto! Los más avispados se habrán dado cuenta de que el “método de Gauss” no es más que hacer varias veces el tradicional método de reducción. Totalmente cierto, pero como parece ser que fue a Gauss el primero que se le ocurrió, se quedó con su nombre².

Por último, mucha gente tiene algunas ideas equivocadas respecto al método de Gauss, y las siguen siempre que resuelven un sistema de más de dos ecuaciones. Ten en cuenta los siguientes puntos y la vida te será más fácil (por lo menos cuando tengas que aplicar el método de Gauss):

- La ecuación “fija” no tiene por qué ser la primera. Puede ser la que te dé la gana.
- Las incógnitas a eliminar no tienen por qué ser primero la x y luego la y . Puedes elegir las que quieras. Eso sí, primero eliminas una misma incógnita de dos de las ecuaciones, y luego, usando esas dos ecuaciones, haces desaparecer otra incógnita.
- Al final, el sistema no tiene por qué quedar con esa forma de “escalerita” que tanto ponen en los libros de texto, con la primera ecuación completa, la segunda un poco más corta y la tercera la más pequeña de todas. No es algo obligatorio, solo queda más bonito...

² Por cierto, es el mismo Gauss de la “campana de Gauss” estadística y la ley de Gauss del tema de electricidad de Física. Fue un tipo realmente polifacético.