

Propiedades de las potencias

Cuando tengamos que operar con potencias conviene tener claras qué cosas se pueden hacer y cuáles no. Las propiedades de las potencias no son muchas, y son fáciles de entender, pero no por ello son menos importantes. **NO SE NOS PUEDEN OLVIDAR.**

Producto de potencias con la misma base

Si tenemos una multiplicación de potencias que tengan la misma base, podemos operarlas como una única potencia cuyo exponente sea la suma de todos:

$$3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3 = 3^9$$

La demostración es bien sencilla. Vamos a desarrollar cada una de las potencias:

$$(3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3)$$

Como obviamente los paréntesis son aquí innecesarios, podemos agrupar todo en una única potencia de 3 multiplicado por sí mismo nueve veces.

Si las potencias no tienen la misma base, **ESTA OPERACIÓN NO SE PUEDE HACER.** Tendríamos que calcular cada potencia por separado y multiplicar los resultados.

Producto de potencias con el mismo exponente

En este caso podemos agrupar los términos en una única potencia cuyo exponente sea el mismo y la nueva base sea igual al producto de las bases.

$$4^2 \cdot 5^2 = (4 \cdot 5)^2$$

Y aquí la demostración:

$$4^2 \cdot 5^2 = (4 \cdot 5)^2 \\ 4^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 = 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 = (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) = (4 \cdot 5)^2$$

Cajón de Ciencias

División de potencias con la misma base

En este caso, el cociente de dos potencias con la misma base es igual a una nueva potencia con la misma base y un exponente que es igual a la resta de ambos:

$$6^5/6^3 = 6^2$$

La demostración también es bastante fácil de ver:

$$\frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{6 \cdot 6 \cdot \cancel{6 \cdot 6 \cdot 6}}{\cancel{6 \cdot 6 \cdot 6}} = 6^2$$

Por cierto, para los que todavía no entienden lo de los exponentes negativos (o los que todavía no los hayan visto pero sientan curiosidad): ¿qué significa 3^{-2} ? Fíjate en el siguiente cociente:

$$\frac{3^4}{3^6} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{\cancel{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}}{\cancel{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

División de potencias con el mismo exponente

Al igual que pasaba con el producto, si tenemos un cociente de dos potencias con distinta base pero el mismo exponente, podemos juntarlo en una única potencia con igual exponente y base igual a la división de las bases. La demostración es igual al caso del producto de potencias con igual exponente.

$$4^3/6^3 = (4/6)^3$$

Potencia de una potencia

En este caso, el resultado es igual a una potencia con la misma base y un exponente igual al producto de los exponentes:

$$(4^3)^2 = 4^6$$

La demostración de esta propiedad es fácil:

$$(4^3)^2 = (4^3) \cdot (4^3) = 4^6 \text{ (puesto que es un producto de potencias con igual base)}$$

Una nota final

Para los que seáis de cursos más avanzados, podéis aplicar cualquiera de estas propiedades a las raíces si os acordáis de que una raíz puede escribirse como un exponente fraccionario.

$$\sqrt{x} = x^{1/2}$$