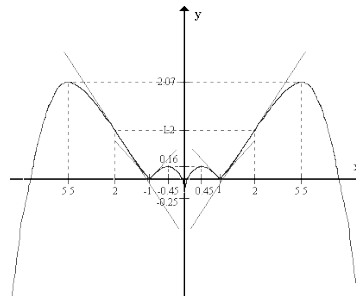
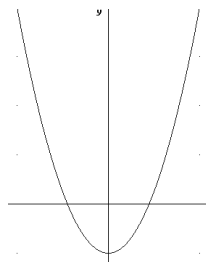


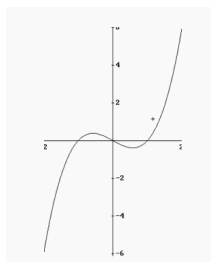
Simetría

Existen dos tipos de simetría que pueden tener las funciones: **simetría par** o **simetría impar**. También puede ser que no tenga ninguna de las dos, es decir, que sea asimétrica.

Las funciones con simetría par ofrecen un aspecto similar a esto (tienen un eje de simetría, como si fuese un espejo):



Mientras que las de simetría impar son algo como esto (es como si fuesen simétricas “respecto al centro de coordenadas”):



Si no nos dan el dibujo de la función ¿cómo podemos saber si tiene simetría par o impar? Hay formas de comprobarlo.

Simetría par

Las funciones con simetría par cumplen que $f(x) = f(-x)$.

Tomemos por ejemplo las funciones $f(x) = (x^2 - 4)/x^4$ y $g(x) = x^3$

Para ver si tienen simetría par, basta con calcular $f(1)$ y $f(-1)$ por un lado y $g(1)$ y $g(-1)$

$$f(1) = -3$$

$$g(1) = 1$$

$$f(-1) = -3$$

$$g(-1) = -1$$

Por lo tanto, la primera tiene simetría par, y la segunda no.

Cajón de Ciencias

Simetría impar

Una función con simetría impar cumple que $f(-x) = -f(x)$.

Si cogemos las dos funciones anteriores, podemos comprobar si tienen simetría impar:

$$\begin{array}{ll} f(-1) = -3 & g(-1) = -1 \\ -f(1) = 3 & -g(1) = -1 \end{array}$$

La función $g(x)$ tiene simetría impar, y la $f(x)$ no.

Unas cuantas cosas en las que te puedes fijar...

* Si una función tiene simetría par, no puede tener simetría impar, y viceversa. No había por qué comprobar si $f(x)$ tenía o simetría impar, porque era imposible que la tuviera.

* Las funciones con simetría par, curiosamente, tienen todas las x **con exponente par** (los términos sin x se considera que tienen x^0 , que cuenta como par). Las que tienen simetría impar, tienen todas las x con **exponentes impares**. Esto quiere decir que *puedes saber a simple vista si una función va a tener simetría par o impar*. Esto no sirve como demostración matemática, pero te sirve como ayuda para saber por dónde empezar a comprobar las simetrías. Si te piden estudiar la simetría de la función $f(x) = x^7 - x^3$, puedes empezar comprobando la simetría impar (que la tiene).

Ojo a este último punto. Algunas funciones pueden tener simetría camuflada. Por ejemplo

$$f(x) = (x^3 - x) / x$$

podría parecer que tiene simetría impar, porque todas las x tienen exponente impar. Sin embargo ¡tiene simetría par! (Si no te lo crees, puedes comprobarlo). No se trata de ninguna excepción rara. La regla de los exponentes se sigue cumpliendo. Lo que pasa es que en ese polinomio se puede sacar factor común:

$$f(x) = (x^3 - x) / x = x(x^2 - 1) / x = (\text{simplificando las } x) = x^2 - 1$$

Como ves, la función “auténtica” tiene sólo exponentes pares.