

## Sistemas de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones es cuando se juntan dos ecuaciones, cada una de ellas con dos incógnitas. En realidad, podemos tener cualquier número de ecuaciones con cualquier número de incógnitas, pero de momento empezaremos con dos.

Para resolver un sistema de ecuaciones existen tres métodos: reducción, sustitución e igualación.

Vamos a ver la explicación a través de un ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 6x - 2y = 8 \end{array} \right\}$$

### Método de reducción

Antes de comentar el método de reducción, debes conocer una propiedad de los sistemas de ecuaciones: si sumamos sus dos ecuaciones, la expresión que resulta es equivalente a cualquiera de las dos anteriores:

$$(2x - y = 3) + (6x - 2y = 8) = (8x - 3y = 11)$$

En otras palabras, sumar las dos ecuaciones es una operación que está permitida en los sistemas.

También te acordarás (y si no, ahora lo vas a saber) que podemos multiplicar una ecuación por cualquier número, y el resultado no va a afectar a la solución.

Si juntamos estos dos "trucos", podemos arreglar las cosas para eliminar una de las incógnitas. Por ejemplo, podemos multiplicar la primera ecuación por (-2) antes de sumar las dos ecuaciones:

$$(-2) \cdot (2x - y = 3) = -4x + 2y = -6$$

(fíjate que hay que multiplicar también el otro lado del signo igual ¡es algo que a veces se olvida!)

$$\begin{aligned} (-4x + 2y = -6) + (6x - 2y = 8) &= 2x = 2 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

Para resolver la equis, tenemos dos opciones: o bien la cambiamos por 1 en cualquiera de las dos ecuaciones y calculamos la  $y$ , o bien volvemos a aplicar el método de reducción y eliminamos esta vez la equis. Por cualquiera de los dos caminos, averiguaremos que  $y = -1$  (compruébalo si no te fías).

# Cajón de Ciencias

## Método de sustitución

Para aplicar el método de sustitución, lo que hacemos es elegir una de las incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones, y la despejamos. Puedes escoger la que te sea más fácil de despejar. En nuestro sistema de ejemplo, vamos a hacerlo con la  $y$  de la primera ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 6x - 2y = 8 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ -y &= 3 - 2x \\ y &= -3 + 2x = 2x - 3 \end{aligned}$$

Ahora hacemos el siguiente razonamiento: si  $y = 2x - 3$ , entonces donde haya una  $y$  en la segunda ecuación podemos escribir “ $2x - 3$ ”

$$6x - 2(2x - 3) = 8$$

Lo que nos queda entonces es una ecuación de primer grado con una única incógnita, algo que sí sabemos resolver. Fíjate que hemos usado los paréntesis, porque el 2 que había en la ecuación multiplica a todo lo que sea la  $y$ .

$$\begin{aligned} 6x - 2(2x - 3) &= 8 \\ 6x - 4x + 6 &= 8 \\ 2x &= 8 - 6 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Que era lo que nos había salido con el método de reducción. Lógicamente tiene que llegarse a la misma solución escojamos el método que escojamos. Sustituyendo el valor de  $x$  en cualquiera de las dos ecuaciones, volveríamos a sacar el valor de  $y$ .

## Método de igualación

Este método es parecido al anterior. Para hacerlo, despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones. Vamos a elegir de nuevo la  $y$ , que ya la teníamos despejada en la primera cuando explicamos el método anterior:

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 & \rightarrow y &= 2x - 3 \\ 6x - 2y &= 8 & \rightarrow y &= (8 - 6x)/(-2) = -4 + 3x = 3x - 4 \end{aligned}$$

Ahora el razonamiento es el siguiente: si la  $y$  vale  $2x - 3$ , pero también vale  $3x - 4$ , entonces  $2x - 3 = 3x - 4$ . De nuevo tenemos una ecuación sencilla que somos capaces de resolver:

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 3x - 4 \\ 2x - 3x &= -4 + 3 \\ -x &= -1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

## Cajón de Ciencias

¡Otra vez el mismo resultado! Es la prueba de que hemos resuelto bien el sistema, y si repitiéramos el proceso para la  $y$ , volveríamos a tener la conclusión de que  $y = -1$ .

### ¿Y qué método es mejor?

Si estás preguntando esto con la idea de aprenderte un único método (al fin y al cabo los tres valen), estás teniendo una mala idea.

No es sólo porque un ejercicio de un examen puede exigirte utilizar uno de los tres métodos, que resulte no ser tu favorito (por ejemplo: “Resuelve los siguientes sistemas con el método de sustitución”). Es porque no hay un método “mejor”. Hay sistemas que son más fáciles de resolver por reducción, y otros que están casi pidiendo que se los resuelva por sustitución o igualación. Además, si te atascas mientras estás con un sistema, y te sabes los tres métodos, siempre puedes dejar la forma que estés usando y probar con alguna de las otras dos.

Este consejo te sirve no sólo para los sistemas de ecuaciones, y no sólo para las matemáticas: cuantas más herramientas sepas manejar, más formas se te ocurrirán de solucionar un problema.