

Cómo resolver ecuaciones

¿Qué es una ecuación?

Una ecuación es una expresión matemática en la que hay una o varias letras que actúan como incógnitas; es decir, hay que averiguar qué valor (o valores) pueden tomar esas incógnitas para que la expresión sea cierta.

Por ejemplo, en la ecuación

$$7x - 4 = 2x + 1$$

La x tiene que tomar el valor 1 para que la fórmula sea cierta. No te preocupes de momento cómo se llega a ese valor, que pronto vamos a explicarlo. Lo que sí puedes hacer es cambiar la x por 1 y comprobar que te sale $3 = 3$.

Cómo se resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Estas ecuaciones son las más sencillas. Son aquellas en las que la única incógnita (que por costumbre se simboliza con la letra x) está elevada a 1. Trabajemos con la ecuación del ejemplo anterior:

$$7x - 4 = 2x + 1$$

Para resolverla, tenemos que realizar una serie de cambios en la expresión hasta llegar a algo de este estilo:

$$x = \text{“algo”}$$

Donde “algo” tiene que ser un solo número, y la x debe estar completamente sola. Cuando lleguemos a ese punto, habremos resuelto la ecuación.

Un detalle que aclararemos después, pero para que te vaya sonando: hay ecuaciones que no tienen solución y otras que tienen infinitas soluciones. De momento no te preocupes por ellas.

Cajón de Ciencias

Para resolver una ecuación vamos a seguir tres sencillas reglas:

- Vamos a pasar a un lado de la igualdad todos los términos que tengan x , y al otro todos los que no la tengan.
- Al pasar algo de un lado a otro, el término que se mueve realiza la operación contraria¹: si estaba sumando, pasa restando; si estaba multiplicando, pasa dividiendo, etc.
- Siempre que se pueda, se operarán términos que estén al mismo lado de la igualdad. Si no tienes muy claro, este paso, revisa nuestra explicación sobre monomios.

Vamos a practicar con el ejemplo.

En primer lugar, juntamos (si se puede) términos a cada lado de la igualdad. En nuestro caso, no se puede hacer nada en este punto.

$$7x - 4 = 2x + 1$$

Luego pasamos todos los términos con x a un lado (por costumbre, el izquierdo, pero no es obligatorio). Así, el $2x$ se va al lado izquierdo de la igualdad, y como estaba sumando, pasa restando.

$$7x - 2x - 4 = 1$$

Y el -4 cambia de lado sumando (porque está restando):

$$7x - 2x = 1 + 4$$

Ahora sí juntamos términos:

$$5x = 5$$

¿Hemos terminado? No. Todavía hay que despejar la x , para lo cual pasamos al lado derecho el 5 que está multiplicando (y por lo tanto pasa dividiendo):

$$x = 5/5 = 1$$

¹ En matemáticas no se dice contraria, sino “recíproca”, pero es para entendernos. Son recíprocas aquellas operaciones que, lo que hace una, lo deshace la otra. Por ejemplo, la resta y la suma, la multiplicación y la división, la raíz cuadrada y el cuadrado.

Cajón de Ciencias

Vale, esta ecuación era muy sencilla. Ahora que ya hemos calentado, vamos con alguna un poco más compleja (pero que se resuelve igual, siguiendo esas tres reglas):

$$2(x - 3) - 3(x + 5) = 4(x - 2)$$

Primero: operamos todo lo operable sin cambiar aún nada de sitio. En este caso, recuerda el orden de prioridad: primero paréntesis, luego productos y divisiones, y por último sumas y restas:

$$\begin{aligned}2(x - 3) - 3(x + 5) &= 4(x - 2) \\2x - 6 - 3x - 15 &= 4x - 8 \\-x - 21 &= 4x - 8\end{aligned}$$

Ahora pasamos el $4x$ restando a la izquierda (porque está sumando, el que resta es el 8) y el -21 a la derecha sumando; luego volvemos a juntar términos:

$$\begin{aligned}-x - 21 &= 4x - 8 \\-x - 4x &= -8 + 21 \\-5x &= 13\end{aligned}$$

Y finalmente cambiamos de lado el -5 que está multiplicando a la x . Repetimos: *está multiplicando*. Aunque tenga un signo menos, no está participando en una resta, sino en un producto, y por lo tanto pasa dividiendo (con signo menos y todo):

$$\begin{aligned}-5x &= 13 \\x &= -13/5\end{aligned}$$

Y ya está resuelta nuestra ecuación². Un poco más larga que la primera, pero no más difícil. El método es exactamente el mismo.

² Por favor, no seas de los que cuando el resultado les sale una fracción o un decimal piensan que está mal. Las fracciones y los decimales también son números, a pesar de que muchos libros de texto se empeñen en discriminarlos haciendo que todos los resultados den números enteros.

Cajón de Ciencias

Por cierto, recordarás que hablamos de ecuaciones sin solución y con soluciones infinitas. Echa un vistazo a esta:

$$2x - 3 = 2(x + 4)$$

¿Parece normal? Vamos a operar y verás a qué resultado lleva:

$$\begin{aligned}2x - 3 &= 2(x + 4) \\2x - 3 &= 2x + 8 \\2x - 2x &= 8 + 3 \\0 &= 11\end{aligned}$$

En este punto deberían sonar exclamaciones de sorpresa, y algunas caras deberían mostrar un gesto de extrañeza. ¿ $0=11$? Si repasas cada paso, comprobarás que todas las operaciones se han hecho correctamente (hazlo si el asombro y la incredulidad te superan). Y por si fuera poco, la x *desaparece*. ¿Entonces? Pues la respuesta es que, como valga lo que valga x se llega a un resultado absurdo, **la ecuación no tiene solución**. Si te encuentras con una de estas, la solución que tienes que poner es escribir precisamente “no tiene solución.”

Y ahora fijate en esta:

$$\begin{aligned}3(x + 1) &= 3x + 3 \\3x + 3 &= 3x + 3 \\3x - 3x &= 3 - 3 \\0 &= 0\end{aligned}$$

¿Es el mismo caso que la anterior? No, porque la expresión final es una verdad como un templo: cero es igual a cero (no una incongruencia imposible como $0 = 11$). ¿Ves la diferencia? De estas ecuaciones se dice que tienen infinitas soluciones, porque valga lo que valga la x se llega a un resultado correcto (compruébalo con algunos valores de x y verás que es cierto). Como solución, entonces, tendrás que escribir: “tiene infinitas soluciones.”