

Combinatoria: ejercicios resueltos

Ejercicio 1: Nueve corredores se disputan tres puestos en una competición. ¿Cuántos son los resultados posibles de la carrera si suponemos que no puede haber empates?

Solución: Como importa el orden en que lleguen, no puede tratarse de combinaciones. Como sólo cuentan tres resultados de nueve, no pueden ser permutaciones. Como no puede haber empates, no puede haber repeticiones. Se trata, pues, de variaciones sin repetición de nueve elementos, tomados de tres en tres:

$$V_{9,3} = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504.$$

Ejercicio 2: ¿Y si en el ejercicio anterior fueran posibles los empates?

Solución: Si son posibles los empates, entonces hay repetición. $VR_{9,3} = 9^3 = 729$

Ejercicio 3: Tenemos diez bolas numeradas con cifras del 0 al 9. Si sacamos tres bolas al azar, sin devolverlas al montón ¿cuántos números pueden formarse si...?

- a) los números han de ser de tres cifras.
- b) los números pueden ser de dos cifras.
- c) sólo consideramos válidos los números pares.
- d) sólo consideramos válidos los números resultantes que sean múltiplos de 5.

Solución: "Sin devolverlas al montón" quiere decir que no pueden repetirse números, y que tras sacar cada bola, las probabilidades cambian para la siguiente.

a) $P = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ posibilidades en principio. Pero de aquí hay que descontar los que comenzarían por cero (el 056 no se considera un número de tres cifras). Hay $1 \cdot 8 \cdot 7$ números que empiezan por cero, así que el total es de $504 - 56 = 458$

b) Como el a), pero sin descontar los que empiezan por cero.

c) Si sólo consideramos los números pares, estamos obligando a que la tercera posición la ocupe o un 2, o un 4, o un 6 o un 8, o un 0. Si fijamos por ejemplo el 2, tenemos 8 números para dos huecos ($8 \cdot 7$ posibilidades = 56). Para las otras cifras, tendríamos la misma cantidad, así que las posibilidades serán de $5 \cdot 56 = 280$.

d) Como antes, pero en este caso sólo hay dos últimas cifras posibles: $2 \cdot 56 = 112$

Ejercicio 4: En un grupo de 20 personas ¿cuántos equipos distintos de 5 personas se pueden formar?

Solución: En este caso no importa el orden (una vez formado el equipo de cuatro personas, da igual en qué orden fueron escogidas), por lo que tenemos combinaciones de 20 elementos tomados de cuatro en cuatro = 4845.