

Combinatoria: Variaciones

“Combinatoria” es la parte de las matemáticas que sirve para calcular de cuántas maneras se pueden ordenar un grupo de elementos. Hay distintas posibilidades, dependiendo de si podemos repetir algunos, de si importa el orden en el que los vayamos eligiendo o si cogemos todos los elementos de un grupo o sólo algunos. No es una parte difícil de las matemáticas; lo único que suele dar dificultades es entender qué tipo de ordenación nos está pidiendo un ejercicio. Pero vayamos por partes...

Variaciones

Tendremos que calcular variaciones cuando partamos de un conjunto de x elementos y nos pidan de cuántas formas pueden ordenarse (es decir, y valga la redundancia, importa el orden) un número determinado de ellos. Veámoslo con un ejemplo:

Ejemplo: nueve corredores participan en una carrera de atletismo. ¿Cuántos resultados posibles puede haber, sabiendo que se dan medallas de oro, plata y bronce y que no puede haber empates?

Primero: ¿Cómo sabemos que es un problema de variaciones? Porque tenemos 9 elementos, tenemos que ordenar 3 y nos importa el orden en que lo hagan (si al final llegan A, B y C, no es lo mismo que A se lleve la medalla de oro que la de bronce, pongamos el caso).

Aunque existe una fórmula para calcular las variaciones de m elementos cogidos de n en n , vamos a intentar resolverlo primero con un poco de intuición y sentido común.

¿Cuántas personas pueden llevarse la medalla de oro? Es fácil ver que nueve. ¿Y la de plata? Ocho (todos menos el primero). Y siete la de bronce. Así que tenemos nueve posibilidades para el primer puesto, para cada una de las cuales hay ocho posibilidades de segundo, y para cada una de estas parejas hay siete posibilidades de tercer puesto. En total:

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{ finales posibles}$$

(El enunciado aclara que no puede haber empates. De lo contrario, el problema sería muy distinto, y no tendría que ver con variaciones).

Cajón de Ciencias

Fácil, ¿no? Pues igual de sencillo es entender la fórmula, aunque como es costumbre, al verla en “lenguaje matemático” parezca algo sacado de un mensaje marciano en clave:

$$V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1)$$

No te dejes impresionar. En la práctica, se trata de hacer una serie de multiplicaciones partiendo desde el número de elementos que tienes, e ir restando uno en cada término, como ya hemos visto en el ejemplo. En total, y contando el primer número, hay que multiplicar un total de números igual a la cantidad de elementos que nos pidan ordenar. Si has entendido el ejercicio anterior, es suficiente.

Variaciones con repetición

Imagina el siguiente problema:

En la matrícula de un coche aparecen tres letras ¿Cuántas combinaciones posibles existen?

De nuevo, sabemos que es un problema de variaciones porque tenemos un conjunto de 27 letras (ignoramos la *ch* y la *ll*) del cual tenemos que elegir tres; e importa el orden, porque no es la misma matrícula la ABC que la BCA. Pero ahora hay algo nuevo respecto al ejemplo de los corredores: un coche podría tener la matrícula ABB. Entonces, ¿qué pasa si se pueden repetir elementos?

Una vez más, olvídate de momento de fórmulas y vamos a utilizar el sentido común. El razonamiento es el mismo que para la carrera de atletismo: ¿cuántas letras posibles tenemos para el primer puesto? 27. ¿Y para el segundo? 27, porque la letra que nos salió la primera puede volver a aparecer. ¿Y para el tercero? Lo adivinaste: ¡27! Por lo tanto, el número de posibilidades sería:

$$27 \cdot 27 \cdot 27 = 27^3 = 19683$$

Puesto en lenguaje matemático:

$$VR_{m,n} = m^n$$

¡Como puedes ver, no es tan complicado! Te recomendamos que eches también un vistazo a las permutaciones y las combinaciones, para ver toda la combinatoria en conjunto, por si tienes más dudas.